

콘크리트 균열하중의 응력상태 의존의 확률적 특성

A Stochastic Characteristics of the Cracking Load of Concrete Depending on Multiaxial Stress State

지광섭* · 오홍섭** · 최현호***

Zi, Goangseup · Oh, Hong Sub · Choi, Hyun Ho

1. 서 론

보통 콘크리트의 인장강도는 압축강도의 약 1/8에서 1/10의 값을 가진다. 그러므로 콘크리트는 인장에 취약하여 같은 응력 값에서는 인장파괴가 먼저 발생하여 균열이 형성된다. 콘크리트에 균열을 유발하는 응력을 설계에 반영하기 위해 현행 대부분의 국내외 설계기준 (KCI, ACI, CEB-FIP)에서는 단순지지된 무근 콘크리트보의 4점 재하시험의 결과로부터 얻어진 휨인장강도(modulus of rupture)를 사용한다.

4점 재하의 특성상 재하점 사이에서는 인장응력이 거의 일정한 영역이 형성된다. 이 영역 내부의 어느 한 점이라도 휨인장강도를 초과하게 되면 균열이 형성되고 보는 파괴된다. 균열이 형성되는 지점은 그 영역 내부의 가장 약한 지점이 되지만, 그 점은 미리 확정론적으로 알려지지는 않으며, 확률론적인 특성을 가지며 Weibull 이론으로 설명될 수 있다. 성능기반설계적인 관점에서 균열을 제어하기 위해서는 균열이 발생할 수 있는 확률(P_f)을 목표성능치(P_{cr})이하로 설계해야 한다. 그러므로 기존의 설계기준에서 기술된 바와 같은 확정론적인 균열발생응력을 파괴확률을 고려해서 수정하는 것이 바람직하다. 이를 위해서는 Weibull 이론이 사용될 수 있는데, Weibull 이론에서는 다축 응력상태를 고려할 수 없는 약점이 있다.

본 논문에서는 다축 응력상태를 고려한 균열발생확률에 관한 이론을 소개하고, 일축과 이축 휨 실험을 통해 인장강도의 다축 응력상태에 따른 확률적인 특성을 분석하는 것과 본 분야의 연구를 위해 사용해야 하는 시편을 수치해석을 통해 제시하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 1장의 서론에 이어 2장에서는 다축 응력상태에 따른 균열발생 인장응력의 확률적인 특성에 관한 이론을 정리하였고, 3장에는 다축 응력상태에 따른 확률특성의 실험 및 고찰, 4장에서는 추후 관련 연구방향 및 결론으로 구성되어 있다.

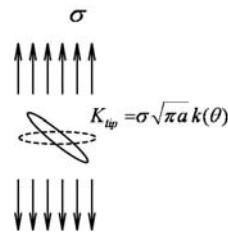


그림 1. 임의의 방향으로 존재하는 균열의 응력확대계수; 외부 응력과 수직이 될수록 증가.

* 정회원 · 고려대학교 사회환경공학과 조교수 · 공학박사 · E-mail: g-zi@korea.ac.kr - 발표자

** 정회원 · 진주산업대학교 조교수 · 공학박사

*** 정회원 · 한양대학교 연구교수 · 공학박사



그림 2. 내균열면에 수직인 응력이 σ_{cr} 일때 진전하는 임의 방향의 원형균열을 포함하는 구로 이상화된 한 재료점의 표면에서 현재 응력 ($\sigma > \sigma_{cr}$)의 구표면 정사영이 σ_{cr} 보다 큰 영역; (a) 일축 응력상태, (b) 이축 응력상태 (Batdorf 외 1974).

2. 다축 응력상태를 고려한 균열 발생 확률

그림 1과 같이 내부에 임의의 방향으로 기울어진 균열을 포함하고 있는 재료 점을 고려하면 다축 응력상태에 놓인 재료의 손상을 기술할 수 있다. 균열이 외부 응력 방향과 수직일수록 균열 끝에 작용하는 응력확대계수는 증가한다. 이 균열이 진전하는 것과 동시에 이 재료가 파괴되는 것으로 가정하고, 이 때에 필요한 균열에 수직인 응력성분을 σ_{cr} 이라고 한다. 이 균열의 방향은 랜덤하게 어떤 방향이 될 수도 있으므로 외부 응력상태 σ 에 의해 이 재료가 파괴될 확률은 이 응력의 정사영이 σ_{cr} 보다 크게 되는 영역 Ω 의 면적비가 된다. 단위 구를 고려할 때 이 면적비로 정의되는 파괴확률 P_f 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f = \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \tag{1}$$

여기서 σ_{cr} = 균열을 성장하게 만드는 임계응력이다. 가령 그림 2a, 2b와 같은 일축과 이축 응력상태에서는, 각각

$$P_f = 1 - \sqrt{\sigma_{cr} / \sigma} \quad \text{과} \quad P_f = \sqrt{1 - \sigma_{cr} / \sigma} \tag{2a,b}$$

여기서 σ = 일축, 혹은 이축으로 외부에서 작용하는 응력이다. 기타 일반적인 응력상태에도 적용이 되지만 해석적인 표현은 어려우며, 수치해석에 의존해야 한다. 이와 같은 파괴확률을 재료의 손상계수로 사용하는 방법은 이미 암반역학 등의 분야에 적용되어 왔다.

임계응력이 σ_{cr} 인 균열이 단위 부피당 N 개 존재하는 재료의 부피 ΔV 내에는 $N\Delta V$ 개가 존재하므로 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f = N \Delta V \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \tag{3}$$

여기서 Σ = 일반화된 외부 작용응력, $N = N(\sigma_{cr})$ = 균열 밀도함수를 나타낸다. 만약 길이가 서로 다른 무수히 많은 균열이 재료 점 내부에 존재한다고 가정하고 임계응력이 $[\sigma_{cr}, \sigma_{cr} + d\sigma_{cr}]$ 사이에 있는 균열의 파괴확률은 다음과 같다.

$$dP_f = \Delta V \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \tag{4}$$

그러므로 무수히 많은 다양한 길이에 대해서는 다음과 같이 적분형태로 표현된다.

$$P_f^{\Delta V} = \int dP_f = \Delta V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \tag{5}$$

여기서 균열들 간의 상호작용은 무시되었다. 만약 응력상태가 동일한 부피 V 가 있을 경우는 식 (5)의 상보확률(survival probability)을 전체 부피에 대해서 정리함으로써 얻을 수 있다. 즉,

$$P_s = \Pi P_s^{\Delta V} = 1 - P_f^{\Delta V} = \left\{ 1 - \Delta V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right\}^{V/\Delta V} \quad (6)$$

$$\approx \exp \left[- V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right]$$

그러므로 파괴확률 $P_f = 1 - P_s$ 는

$$P_f = 1 - \exp \left[- V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right] \quad (7)$$

임계응력의 함수 σ_{cr} 의 함수인 균열밀도함수 N 을 다음과 같이 다항식으로 가정하면

$$N(\sigma_{cr}) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} b_j \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^j & \text{for } \sigma_{cr} > \sigma_u \\ 0 & \sigma_{cr} < \sigma_u \end{cases} \quad (8)$$

그러므로 $dN/d\sigma_{cr} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{j b_j}{\sigma_u} \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^{j-1}$ 이 된다. 이를 식 (6)에 대입해서 양변을 로그취하고 다항식의 항 수를 n 개로 제한하면,

$$\ln P_s = - \frac{V}{4\pi\sigma_u} \sum_{j=1}^n j b_j \int_{\sigma_u}^{\sigma} \Omega(\sigma_{cr}, \sigma) \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^{j-1} d\sigma_{cr} \quad (9)$$

$$= - \frac{V}{4\pi\sigma_u} \sum_{j=1}^n g_j(\sigma) b_j$$

식 (9)와 같은 관계가 얻어진다. 만약 N_p 개의 시험 데이터가 있을 경우 식 (9)에 최소자승법을 적용해서 b_j 를 구할 수 있다.

$$- \frac{4\pi\sigma_u}{V} \sum_{i=1}^{N_p} g_k(\sigma_i) \ln P_{s,i} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{N_p} g_k(\sigma_i) g_j(\sigma_i) b_j \quad (10)$$

그러므로 b_j 는 인장시험 등으로 결정될 수 있으며, 결정된 값을 가지고 다른 응력상태에도 적용할 수 있다.

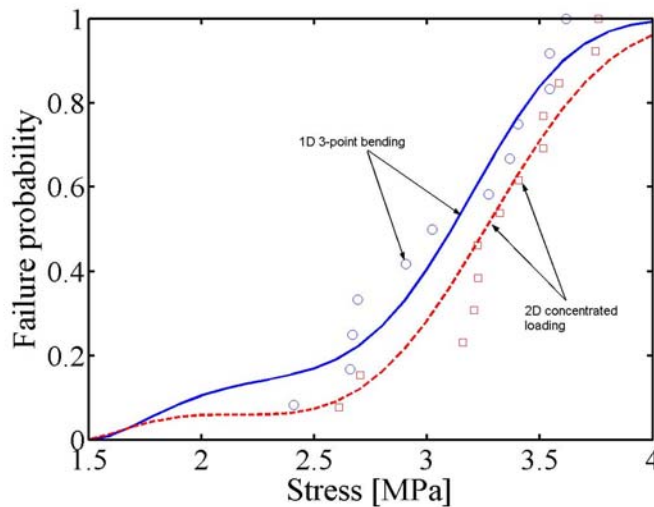


그림 3. 일축방향과 이축방향 응력상태에 따른 파괴 확률.

3. 실험 및 고찰

응력상태에 따른 콘크리트 인장강도의 확률적인 특성을 실험적으로 조사하기 위해 $50 \times 15 \times 15 \text{ cm}^3$ 의 3점 재하시편 12개와 중앙에 집중하중이 재하되는 $50 \times 50 \times 15 \text{ cm}^3$ 시편 13개를 준비하였다. 콘크리트 타설 후 36일을 양생한 후 파괴시험을 실시하였다. 이때의 압축강도는 40 MPa 이었다. 하중은 각각 $5 \times 15 \text{ cm}^2$, $5 \times 5 \text{ cm}^2$ 의 재하판을 통해 재하하였다. 예측된 최대하중을 유한요소 해석결과를 바탕으로 최대응력으로 환산하였다. 통계적인 기법에 의해 계산된 파괴확률은 그림 3에 주어졌다.

일반적으로 이방향 재하시 인장강도가 더 낮다고 알려져 있으나 본 실험에서는 이방향 재하시 인장강도가 더 크게 얻어졌으며, 데이터의 통계적인 분산도도 더 낮게 얻어졌다. 이 경향을 분석하기 위해 식 (2a)와 (10)을 이용하였다. 최대 응력이 발생하는 영역의 크기는 일방향 시험의 경우 225 cm^3 , 이방향 시험의 경우 30 cm^3 로 가정하였으며, $N(\sigma_{cr})$ 을 나타내기 위해 3차의 다항식을 사용하였다. 분석결과 그림 3과 같은 결과가 얻어졌다. 분석결과는 부피에 매우 민감하게 반응하여 부피가 클수록 히스토그램이 왼쪽으로 이동하였다. 그러므로 크기효과가 존재할 것으로 판단된다.

4. 결론 및 추후 연구방향

1. 본 연구를 통해 콘크리트의 인장강도의 확률적인 분포가 응력상태에 영향 받음을 실험적으로 제시하였으며, 이를 분석하기 위한 기법으로서 Batdorf 외 (1974)의 모델을 사용했다.
2. 본 연구와 같이 동일한 응력상태의 영역이 좁은 경우에는 이방향 인장강도가 일방향 인장강도보다 더 커질 수 있으며, 이에 대한 이론적 근거를 제시하였다.
3. 동일한 응력상태를 가지는 영역의 크기가 큰 경우에 대한 실험적인 검증이 추후 이루어져야 할 것이며, 이에 대한 크기효과 또한 주관심의 대상이다.

감사의 글

본 연구는 한국건설교통기술평가원 05 기반구축 D04-03와 05 건설핵심 D11의 도움으로 이루어졌습니다.

참고문헌

1. Batdorf, S. B, and Crose, J. G. (1974) A statistical theory for the fracture of brittle structures subjected to nonuniform polyaxial stress. *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 41, No. 2, pp. 459-464.