

# 응력상태에 따른 인장강도의 확률적 특성

## Stochastic Characteristics of the Tensile Strength of Concrete Depending on Stress State

지 광 습\*      오 홍 섭\*\*      김 병 민\*\*\*      최 현 호\*\*\*\*  
Zi, Goangseup      Oh, Hong Sub      Kim, Byeong Min      Choi, Hyun Ho

### ABSTRACT

The stochastic nature of the tensile strength of concrete is investigated theoretically and experimentally. The tensile strength of concrete was modeled by a theory based on the failure probability of a crack arbitrarily oriented within a concrete body. According to this model, the stochastic nature of the tensile strength depend on the current stress state. This aspect was checked experimentally using a classical three point bend specimen and a rectangular plate specimen loaded at the center. It has been known that the biaxial strength is no different from the uniaxial strength. However, if the region where the tensile strength is constant gets small, the biaxial tensile strength increases and its stochastic variation decreases.

### 1. 서론

최근 관심의 대상이 되고 있는 성능기반설계를 균열제어에 적용하기 위해서는 인장강도의 평균치 뿐만 아니라 확률적인 특성에 대한 정보가 필요하다. 암반역학 및 세라믹 등에 널리 사용되는 균열밀도 이론에 따르면 인장강도는 응력상태에 따라 다른 값을 가지게 된다. 본 논문에서는 다축 응력상태를 고려한 균열발생확률에 관한 이론을 콘크리트 인장강도의 확률적 특성 분석을 위해 적용하고, 이를 이용하여 본 논문에서 제시한 일축과 이축 휨 실험결과를 분석하였다.

### 2. 다축 응력상태를 고려한 균열 발생확률

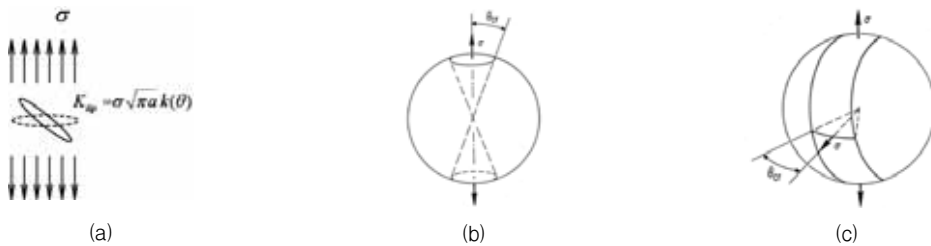


그림 1 (a) 임의의 방향으로 존재하는 균열의 응력확대계수; 외부 응력과 수직이 될수록 증가; 내균열면에 수직인 응력이  $\sigma_{cr}$  일때 진전하는 임의 방향의 원형균열을 포함하는 구로 이상화된 한 재료점의 표면에서 현재 응력 ( $\sigma > \sigma_{cr}$ )의 구표면 정사영이  $\sigma_{cr}$ 보다 큰 영역; (b) 일축응력상태, (c) 이축응력상태 (Batdorf 외 1974).

\* 정희원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 조교수

\*\* 정희원, 진주산업대학교 토목공학과 조교수

\*\*\* 정희원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 석사과정

\*\*\*\* 정희원, 한양대학교 토목환경공학과 연구교수

그림 1a과 같이 내부에 임의의 방향으로 기울어진 균열을 포함하고 있는 재료 점을 고려하면 다축응력상태에 놓인 재료의 손상을 기술할 수 있다. 균열이 외부 응력 방향과 수직일수록 균열 끝에 작용하는 응력확대계수는 증가한다. 이 균열이 진전하는 것과 동시에 이 재료가 파괴되는 것으로 가정하고, 여기서 필요한 균열에 수직인 응력성분을  $\sigma_{cr}$ 이라고 한다. 이 균열의 방향은 랜덤하게 어떤 방향이 될 수도 있으므로 외부 응력상태  $\sigma$ 에 의해 이 재료가 파괴될 확률은 이 응력의 정사영이  $\sigma_{cr}$ 보다 크게 되는 영역  $\Omega$ 의 면적비가 된다. 단위 구를 고려할 때 파괴확률  $P_f$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f = \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \quad (1)$$

여기서  $\sigma_{cr}$  = 균열을 성장하게 만드는 임계응력이다. 그림 1과 같은 일축과 이축 응력상태에서는, 각각

$$P_f = 1 - \sqrt{\sigma_{cr}/\sigma} \quad \text{과} \quad P_f = \sqrt{1 - \sigma_{cr}/\sigma} \quad (2a,b)$$

여기서  $\sigma$  = 일축, 혹은 이축으로 외부에서 작용하는 응력이다. 기타 일반적인 응력상태에도 적용이 되지만 해석적인 표현은 어려우며, 수치해석에 의존해야 한다.

임계응력이  $\sigma_{cr}$ 인 균열이 단위 부피당  $N$ 개 존재하는 재료의 부피  $\Delta V$  내에는  $N\Delta V$ 개가 존재하므로 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f = N\Delta V \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \quad (3)$$

여기서  $\Sigma$  = 일반화된 외부 작용응력,  $N = N(\sigma_{cr})$  = 균열 밀도함수를 나타낸다. 만약 길이가 서로 다른 무수히 많은 균열이 재료 점 내부에 존재한다고 가정하고 임계응력이  $[\sigma_{cr}, \sigma_{cr} + d\sigma_{cr}]$  사이에 있는 균열의 파괴확률은 다음과 같다.

$$dP_f = \Delta V \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \Omega(\Sigma, \sigma_{cr}) / 4\pi \quad (4)$$

그러므로 무수히 많은 다양한 길이에 대해서는 다음과 같이 적분형태로 표현된다.

$$P_f^{\Delta V} = \int dP_f = \Delta V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \quad (5)$$

여기서 균열들 간의 상호작용은 무시되었다. 만약 응력상태가 동일한 부피  $V$ 가 있을 경우는 식 (5)의 상보확률(survival probability)을 전체 부피에 대해서 정리함으로써 얻을 수 있다. 즉,

$$P_s = \Pi P_s^{\Delta V} = 1 - P_f^{\Delta V} = \left\{ 1 - \Delta V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right\}^{V/\Delta V} \quad (6)$$

$$\approx \exp \left[ - V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right]$$

그러므로 파괴확률  $P_f = 1 - P_s$ 는

$$P_f = 1 - \exp \left[ - V \int_0^\infty \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_{cr})}{4\pi} \frac{dN}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right] \quad (7)$$

임계응력의 함수  $\sigma_{cr}$ 의 함수인 균열밀도함수  $N$ 을 다음과 같이 다항식으로 가정하면

$$N(\sigma_{cr}) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} b_j \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^j & \text{for } \sigma_{cr} > \sigma_u \\ 0 & \sigma_{cr} < \sigma_u \end{cases} \quad (8)$$

그러므로  $dN/d\sigma_{cr} = \sum_{j=1}^{\infty} j b_j \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^{j-1}$  이 되며, 식 (6)에 대입해서 다항식의 항 수를  $n$ 개로 제한하면,

$$\ln P_s = - \frac{V}{4\pi\sigma_u} \sum_{j=1}^n j b_j \int_{\sigma_u}^{\sigma} \Omega(\sigma_{cr}, \sigma) \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} - 1 \right)^{j-1} d\sigma_{cr} \quad (9)$$

$$= - \frac{V}{4\pi\sigma_u} \sum_{j=1}^n g_j(\sigma) b_j$$

식 (9)와 같은 관계가 얻어진다. 만약  $N_p$ 개의 시험 데이터가 있을 경우 식 (9)에 최소자승법을 적용해서  $b_j$ 를 구할 수 있다.

$$-\frac{4\pi\sigma_u}{V} \sum_{i=1}^{N_i} g_k(\sigma_i) \ln P_{s,i} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{N_p} g_k(\sigma_i) g_j(\sigma_i) b_j \quad (10)$$

그러므로  $b_j$ 는 일축 인장시험 등으로 결정될 수 있으며, 결정된 값을 가지고 다른 응력상태에도 적용할 수 있다.

표 1 시험체별 인장강도 및 파괴확률

시험번호	3점 재하시험		평판 재하시험	
	인장강도 [MPa]	누적 파괴확률	인장강도 [MPa]	누적 파괴확률
1	2.41	0.083	2.61	0.08
2	2.66	0.167	2.70	0.15
3	2.67	0.250	3.16	0.23
4	2.69	0.333	3.21	0.31
5	2.91	0.417	3.22	0.38
6	3.02	0.500	3.22	0.46
7	3.27	0.583	3.32	0.54
8	3.37	0.667	3.40	0.62
9	3.40	0.750	3.51	0.69
10	3.54	0.833	3.51	0.77
11	3.54	0.917	3.58	0.85
12	3.62	1.000	3.75	0.92
			3.76	1.00
평균	3.09		3.31	
표준편차	4.17		3.50	

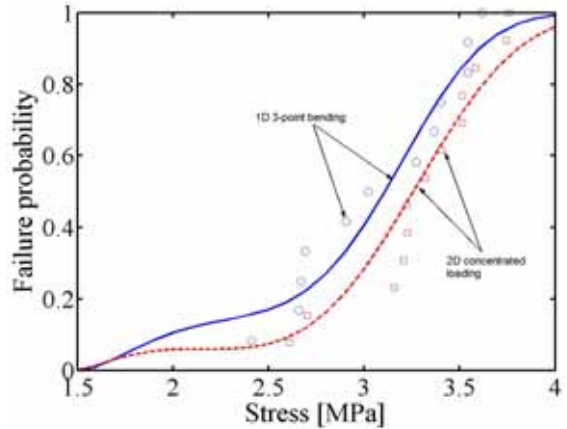


그림 2 일축방향과 이축방향 응력상태에 따른 파괴확률

### 3. 실험 및 고찰

응력상태에 따른 콘크리트 인장강도의 확률적인 특성을 실험적으로 조사하기 위해  $50 \times 15 \times 15 \text{ cm}^3$  3점 재하시편과 중앙에 집중하중이 재하되는  $50 \times 50 \times 15 \text{ cm}^3$  평판시편을 각 13개를 준비하였다. 콘크리트 타설 후 36일을 양생한 후 파괴시험을 실시하였다. 파괴시험에 앞서 일축 압축시험을 통해 압축강도로서 40 MPa를 측정하였다. 재하점의 국부 응력집중을 피하기 위해 각각  $5 \times 15 \text{ cm}^2$ ,  $5 \times 5 \text{ cm}^2$ 의 재하판을 통해 하중을 재하하였다. 계측된 최대하중을 3차원 탄성 유한요소 해석결과를 바탕으로 얻어진 하중응력비를 이용해서 최대응력으로 환산하였다. 취급 부주의로 파손된 3점 재하시편 중 1개를 제외한 나머지 시편에 대한 휨 인장강도와 누적 파괴확률을 기록하여 표 1에 제시하였다.

일반적으로 알려진 대로 이방향 재하시의 인장강도가 일방향 인장강도와 거의 차이가 없었으나, 본 실험결과에 따르면 이방향 평균 인장강도가 일방향 평균 인장강도 보다 약 10% 정도 더 크게 얻어졌다. 시험 초기에는 이방향 데이터의 표준편차가 더 클 것으로 예상했으나, 표 1과 그림 2의 결과에 따르면 더 작은 표준편차가 얻어졌다. 이 경향을 분석하기 위해 식 (2a)와 (10)을 이용하였다.

데이터 분석을 위한 변수로써, 최대 응력이 발생하는 영역의 크기를 일방향 시험의 경우  $225 \text{ cm}^3$ , 이방향 시험의 경우  $30 \text{ cm}^3$ 로 가정하였으며,  $N(\sigma_w)$ 을 나타내기 위해 3차의 다항식을 사용하였다. 분석결과 그림 3과 같은 결과가 얻어졌다. 분석결과는 부피에 매우 민감하게 반응하여 부피가 클수록 히스토그램이 왼쪽으로 이동하였다. 그러므로 본실험의 이방향 데이터의 분산도는 최대 응력발생 영역의 크기에 의존하는 것으로 판단되며, 추후 실험 시는 영역의 크기에 의한 효과와 다축 응력상태의 효과를 동시에 고려할 수 있는 시험기법의 개발이 요구된다.

### 4. 다축 응력상태를 고려한 크기효과 시험

식 (10)에 따르면 응력상태에 의존한 인장강도의 파괴확률에도 부피  $V$ 의 크기효과가 있으므로, 크기 효과를 고려한 시험법이 개발되어야 한다. 표준 크기효과 시험은 일반적으로 지수적으로 비례하는 3개의 서로 다른 크기를 사용하며 각 크기당 3개의 시편을 사용하여 확률적인 분산을 고려한다. 본 논문에서 관심가지고 있는 인장강도의 확률적 특성을 연구하기 위해서는 각 크기 당 다수의 시편을 가지도록 구성되어야 한다. 본 논문에서 13개 시편을 사용한 누적 파괴확률 곡선의 유연도가 개선될 필요가 있으므로 20개 이상의 시편이 필요할 것으로 판단된다.

중양에 집중하중으로 재하된 평판형 시험체는 최대 응력이 재하된 영역의 크기가 너무 작아 개선될 필요가 있다. 그러므로 그림 3b와 같이 원형으로 재하된 원판형 시험체를 제안하였다. 이 경우, 원형 재하판 내부의 응력상태는 동일하게 된다 (Zi and Bazant 2006; 그림 3c). 그림 3a의 4점 재하시험체도 재하점 사이의 일축응력이 일정하게 된다.

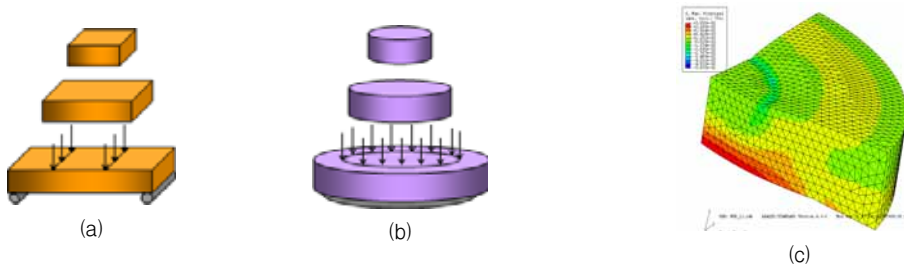


그림 3 (a) 일축인장강도 시험체, (b) 원판형 이축인장강도 시험체, (c) 원판형 시험체의 응력분포 해석

## 5. 결론 및 추후 연구방향

1. 본 연구를 통해 콘크리트의 인장강도의 확률적인 분포가 응력상태에 영향 받음을 실험적으로 제시하였으며, 이를 분석하기 위한 기법으로서 Batdorf 외 (1974)의 모델을 도입하였다.
2. 본 연구와 같이 동일한 응력상태의 영역이 좁은 경우에는 이방향 인장강도가 일방향 인장강도보다 더 커질 수 있으며, 이에 대한 이론적 근거를 제시하였다.
3. 동일한 응력상태를 가지는 동시에 영역의 크기에 의해 발생하는 민감도를 분리하기 위해 크기효과 시험을 수행하는 것이 바람직하며, 동일한 응력상태 크기를 최대화하기 위해 원형 평판시험을 제안하였다.

## 감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행하는 건설기술기반구축사업인 (05기반구축D04-01)과 건설핵심기술연구개발사업인 (05건설핵심 D11)에 의해서 이루어진 것으로, 이에 감사를 드립니다.

## 참고문헌

1. Batdorf, S. B, and Crose, J. G. (1974). "A statistical theory for the fracture of brittle structures subjected to nonuniform polyaxial stress." *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 41, No. 2, pp. 459-464.
2. Zi, G, and Bazant, Z.P. (2006). Personal communication.