베이지안 기법을 이용한 염해 콘크리트 구조물의 내구성 평가

Durability Assesment for Concrete Structures Exposed to Chloride Attack Using a Bayesian Approach

정 현 준* • 지 광 습**
Jung, Hyunjun • ZI, Goangseup

ABSTRACT

This paper is shown new method for durability assesment and design have been noticed to be very valuable has been successfully applied to predict concrete structures. This paper provides that a new approach for predicting the corrosion durability of reinforced concrete structures exposed to chloride attack. In this method, the prediction can be updated successively by the Bayesian theory when additional data are available. The stochastic properties of model parameters are explicitly taken into account into the model, the probability of the durability limit is determined from the samples obtained from the Latin hypercube sampling technique. The new method may be very useful in designing important concrete structures and help to predict the remaining service life of existing concrete structures under chloride attack environments

Keywords: *Bayesian theory, Latin hypercube sampling, Corrosion, Reliability index, Durability assesment , Service life*

1. 서 론

일반적으로 토목 구조물이 건설되는 환경은 상대적으로 열악하다. 특히, 해양환경에 건설되는 콘크리트 구조물의 경우 부식작용에 의해 구조성능이 저하되게 된다. 그럼에도 불구하고 콘크리트 구조물에 기대하는 사용 수명은 상대적으로 증가하고 있는 실정이다. 그러므로 구조물의 파괴와 안전성에 관련된 내구성 문제에 대한 여러 연구들이 진행되고 있으며, 최근 재료의 내구성을 고려한 구조물의 수명예측에 관한 연구도 많이 진행되고 있다. 그러나 기존의 방식에서는 콘크리트 재료가 가지는 통계적인 불확실성을 고려하지 않고 초기 평균적인 데이터를 이용해서 사용수명을 예측하여 설계하고 있는 것이 일반적이다. 즉, 재료 성질을 불확실성 및 계측데이터를 고려하여 수명을 예측할 수 있는 기법이 필요하다.

따라서 본 논문에서 좀 더 명확하고 정확하게 사용수명을 예측하기 위해서 베이지안 기법을 염해 해석 모델에 적용하였다.

* 학생회원 • 고려대학교 건축 · 사회환경공학과 석사과정 Email: chungh6@korea.ac.kr
** 정회원 • 고려대학교 건축 · 사회환경공학과 조교수 Email: g-zi@korea.ac.kr

2. 확정론적 염해 내구성 분석

2.1 일차원 염해 해석 모델

표면으로부터 콘크리트 내부로 침투하는 염분의 분포를 해석하기 위해 다음과 같은 Fick의 2법칙에 근거한 편미분 방정식을 사용한다 (Crank, 1975).

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial X^2} \tag{1}$$

여기서, $C(x,t)$ = t시간 동안 염분이온에 노출된 표면으로부터 x만큼의 거리에 위치한 콘크리트의 염분이온 농도 (kg/m^3)이며, t = 염소이온 확산이 일어나는 시간 (second), x = 표면에서 측정된 거리 (mm), D = 염분이온 확산계수 ($\times 10^{-12} m^2/s$)이다. 초기염소이온 농도 C_0 (kg/m^3)를 영으로 하고, 확산계수의 균질성을 가정하면 일차원 문제에 대해 식(2)의 해석적인 해를 얻을 수 있다 (Crank, 1975).

$$C(x,t) = C_s\left(1 - erf\left(\frac{x}{2\sqrt{D_m t}}\right)\right) \tag{2}$$

여기서, erf=오차함수, C_S=표면 염분이온 농도 (kg/m^3)이다. 콘크리트 재령에 따른 확산계수의 변화를 반영하기 위해 다음과 같은 실험적인 식을 사용한다.

$$D_m = \frac{D_0}{1-n}\left(\frac{t_0}{t}\right)^n \quad (t < t_c) \tag{3}$$

$$D_m = D_0\left[1 + \frac{t_c}{t}\frac{n}{1-n}\right]\left(\frac{t_0}{t_c}\right)^n \quad (t \geq t_c) \tag{4}$$

여기서, t_c는 염소이온 확산계수의 변화가 일어나지 않는 시점이다. D_0는 시간 t_0에서의 확산계수, 지수 n은 시간에 따른 염소이온 확산계수의 변화를 나타내는 계수이다. 그리고 식(2)는 염소이온 확산계수 D가 상수일 때 얻어진 해석적 해이므로 엄밀한 관점에서는 식(3)과 (4)의 변화를 가정할 때, 식(2)를 사용할 수는 없다. 하지만 식(3)과 (4)의 보정을 실무에서 받아들여지고 있다.

2.2 확정론적 염해 잔존 수명 예측

염해로 인한 부식 잔존 수명을 예측하기 위해서 염해 실험 데이터나 현장에서 측정한 데이터가 필요하다. 또한, 콘크리트 구조물의 공용년수($t_{service}$), 표면 염소 이온 농도(C_s), 최소 피복두께($x_{\min}$), 임계부식농도(C_{cr}) 그리고 유효 염소 이온 확산 계수(D_{eff})가 필요하다. 염해에 의한 수명(t)은 다음과 같이 주어진다.

$$t = \frac{1}{D_{eff}} \left[\frac{x_{\min}}{2erf^{-1}\left(1 - \frac{C_{cr}}{C_s}\right)} \right]^2 \tag{1}$$

잔존수명(L_{remain})은 임계부식농도에 도달하는 시간(t)와 현재의 공용년수($t_{service}$)의 차이로서 표현된다. 즉,

$$L_{remain} = t - t_{service} \tag{2}$$

위의 확정론적으로 산정된 잔존수명은 초기 측정 한 시점에서 측정된 모델변수들의 평균치를 이용한 것으로서, 변수들이 가지는 불확실성에 고려되지 못했다.

3. 베이지안 기법에 근거한 염해 내구성 분석

3.1 염해 문제에 대한 베이지안 기법

본 논문에서는 Bazant 등(1989)의 논문에서 사용한 수학적 모델식인 베이지안 기법을 염해 문제에 적용하였다. 베이지안 기법을 이용한 모델 변수들이 가지는 불확실성을 고려하였다. 초기 모델변수가 가지는 불확실성으로 인한 확률을 $P'(\underline{\vartheta})$라고 하고, 계측 데이터의 추세가 고려된 불확실성 $P''(\underline{\vartheta})$의 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$P''(\underline{\vartheta}) = c_1^{*} P(\underline{X}|\underline{\vartheta}) P'(\underline{\vartheta}) \tag{1}$$

여기서, $\underline{\vartheta}$는 모델변수, 가령 염소이온 확산계수, 시간적 의존지수, 콘크리트 피복두께 등이며, c_1^{*}는 전 확률 조건으로부터 결정되는 상수이다. 모델변수 $\underline{\vartheta}$일 때 계측 데이터 $\underline{X}$가 가지는 불확실성이다. 식(1)을 확률분포함수 개념을 이용하면 연속적으로 표현할 수 있다. 즉,

$$f''(\underline{\vartheta}) = c_1^{0} f(\underline{X}|\underline{\vartheta}) f'(\underline{\vartheta}) \tag{2}$$

여기서, f는 확률밀도함수를 의미하고, c_1^{0}는 상수이다. 변수 $\underline{\vartheta}$의 크기가 작을 경우에는 $P'(\underline{\vartheta})$에 대한 해석적인 표현이 가능하지만, 보다 복잡한 문제에 대해서는 샘플 추출을 이용한 수치적 접근이 더 유용하다. 만약 모델상수 $\underline{\vartheta}$의 확률 $P'(\underline{\vartheta})$를 등가의 확률을 가지는 구간으로 분할하면 식(2)의 $P'(\underline{\vartheta})$는 각 구간에서 미리 정해진 확률에 해당하는 상수로 바뀌게 된다. 즉,

$$f''(\underline{X}^{(k)}) = c_1 f(\underline{X}^{(k)}|\underline{\vartheta}^{(k)}) \tag{3}$$

여기서, 단조 증가하는 문제인 경우에는 즉, 하중재하가 없는 크리프, 비가역적 염해침투 등인 경우 $P(\underline{\vartheta})$

는 $P(\underline{X})$와 같게 된다. 즉, k번째 구간의 모델상수의 불확실성은 부식예측의 불확실성과 같게 된다. 모니터링을 통해 계측된 부식 데이터를 X, 앞으로 예측해야 할 염화물에 의한 부식을 Y라고 하면, X_m는 시간 t_m에서 측정한 염화물 농도 (m=1, 2, 3, …M)이고, Y_i 는 시간 t_i에서 예측한 염화물 농도 (i=1, 2, 3, …I)이다. 초기 계측치를 이용해서 개선 전, 즉 모니터링을 통해 얻어지는 추가적인 데이터를 고려하지 않은 시간 t축을 t_i의 염화물 농도 X'와 Y'의 평균과 표준편차를 다음과 같이 주어진다. 앞서 언급했듯이 k개의 샘플링을 이용하였다.

$$\overline{X'} = \frac{1}{K}\sum_k X'^{(k)}_m \ , \ \sigma'^X_m = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_k (X'^{(k)}_m - \overline{X'_m})^2} \tag{4}$$

$$\overline{Y'} = \frac{1}{K}\sum_k Y'^{(k)}_i \ , \ \sigma'^Y_i = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_k (Y'^{(k)}_i - \overline{Y'_i})^2} \tag{5}$$

시간 t_m에서 X_m에 해당하는 염화물 농도를 계측하고, 이의 통계적 분포를 전술한 베이지안 기법을 사용한 후, 모델 예측치의 평균 $\overline{X''_m}$ 과 $\overline{Y''_i}$ 그리고 우도함수(likelihood function) p_k는 다음과 같다. 여기서, 우도함수의 표준편차 σ^X_m는 기존의 실험치나 측정 데이터로부터 추정해야 한다. 그리고 식(2)가 식(3)으로 바뀌는 과정을 설명한 바와 같이 $P'(\underline{\vartheta})$가 상수로 바뀌게 되고 $X^{(k)}_m$이 각각 무작위로 추출한 샘플인 $\underline{\vartheta}^{(k)}$를 얻어지게 되면 다음과 같은 식이 성립하게 된다. 즉,

$$p_k = \exp\left[-\sum_m \frac{1}{2}\left(\frac{X_m - X'^{(k)}_m}{\sigma^X_m}\right)^2\right] \ , \ c_0 = \left(\sum_k p_k\right)^{-1} \tag{6}$$

$$\overline{X''_m} = \sum_k P''(X^{(k)}_m) X'^{(k)}_m = c_o \sum_k p_k X'^{(k)}_m, \quad \overline{Y''_i} = c_o \sum_k p_k Y'^{(k)}_i \tag{7}$$

개선된 염화물 농도의 예측치 $\overline{X''_m}$ 과 $\overline{Y''_i}$ 의 표준편차 σ''^X_m과 σ''^Y_i는,

$$\sigma''^X_m = \sqrt{c_o \sum_k p_k \left(X''^{(k)}_m - \overline{X''_m}\right)^2} \ , \ \sigma''^Y_i = \sqrt{c_o \sum_k p_k \left(Y''^{(k)}_i - \overline{Y''_i}\right)^2} \tag{8}$$

이다. X'_m의 확률밀도함수를 정규분포로 가정하면,

$$f'^X_m(X'_m) = \left(\sqrt{2\pi}\,\sigma'^X_m\right)^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X'^{(k)}_m - \overline{X'_m}}{\sigma'^X_m}\right)^2\right] \tag{9}$$

이고, $X_m|\underline{\vartheta}^{(k)}$은

$$f_m^X(X_m|\underline{\vartheta^{(k)}}) = (\sqrt{2\pi}\sigma_m^X)^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X_m - X_m^{'(k)}}{\sigma_m^X}\right)^2\right] \tag{10}$$

이고, 최종으로 측정 데이터를 이용해서 개선된 염화물 농도의 예측치에 대한 확률분포는 다음과 같다.

$$f^{''X}_m(X_m) = (\sqrt{2\pi}\sigma^{''X}_m)^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X_m - \overline{X^{''}_m}}{\sigma^{''X}_m}\right)^2\right], \qquad f^{''Y}_i(Y_i) = (\sqrt{2\pi}\sigma^{''Y}_i)^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Y_i - \overline{Y^{''}_i}}{\sigma^{''Y}_i}\right)^2\right] \tag{11}$$

3.2 라틴 하이퍼큐브 샘플 추출법

McKay 등(1979)이 제안한 라틴 하이퍼큐브 샘플 추출법은 입력변수 공간에서 결과 데이터를 추출할 때 골고루 추출되도록 각 입력 변수의 범위를 n개의 범위로 나눈 다음, 각 구간에서 하나씩 추출하되 중복되지 않게 랜덤하게 n개를 뽑는 방법이다. 전체적으로 콘크리트 구조물의 효율적으로 표본을 추출하기 위해서는 무작위성을 유지하면서 입력변수들의 값이 전 범위에서 가능하게 추출 되도록 함이 중요하다. 대표적인 명시적 방법인 근사화된 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation, MCS) 적용하는 것보다는 라틴 하이퍼큐브 샘플 추출법을 적용하였다.

4. 염분 침투의 한계상태식

콘크리트 구조물의 내구성이 상실된다. 내구성 상실은 사용성 한계상태에 도달한 것으로 보고, 본 연구에서 이때를 부식 발생 확률로 정의한다. 따라서 한계상태에 대한 부식 발생 확률을 구하기 위하여 다음과 같은 한계상태함수식을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$Q = \theta(\underline{m_i}, t), \qquad R = \rho(Q), \qquad S = \psi(Q), \qquad G = R - S \tag{1}$$

여기서, Q는 한계상태를 규정하기 위한 설계변수함수이며, $\underline{m_i}$는 설계변수벡터이다. R는 시간에 따라 변화하는 Q의 저항 성능함수를 나타내고, S는 시간에 따라 변화하는 Q의 하중함수이다. 염해 손상확률은 다음과 같이 적용하고, 신뢰성 지수(β) 값이 음으로 되는 경우 내구성 손상이 일어난다. 즉,

$$P_f = \int_0^{-\infty} f_G\, g\, dg \tag{2}$$

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G}, \quad P_f = \phi(-\beta) \tag{3}$$

여기서, σ_G는 G의 표준편차이고 μ_G는 G의 평균이다. 신뢰성 지수(β)는 구조물의 내구성에 있어서 안전성 및 신뢰성의 척도가 된다.

5. 적용예

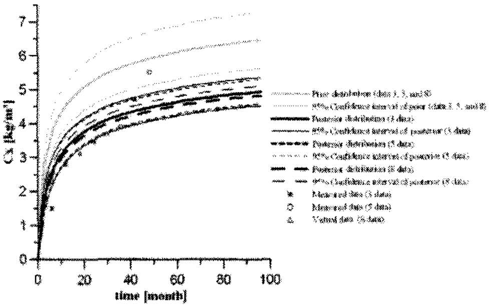

그림 1 염해침투농도의 예측 (포르투갈 해안)

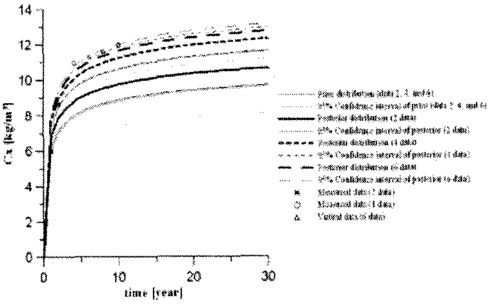

그림 2 염해침투농도의 예측 (잉글랜드 해안)

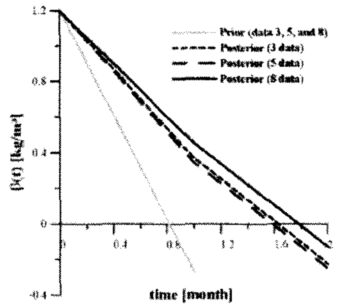

그림 3 그림 1의 신뢰성 지수 그래프

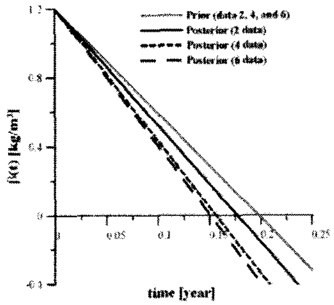

그림 4 그림 2의 신뢰성 지수 그래프

6. 결 론

본 연구는 베이지안 기법을 이용한 염해 콘크리트의 내구성 평가에 관한 연구를 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 염해 해석 모델에 정확도를 향상시킬 수 있는 베이지안 기법을 적용하였다.

2) 베이지안 기법을 적용한 염해 해석 모델은 특정시간 이후의 부식예측이 가능하였고, 부식예측의 95% 신뢰성 구간도 자동적으로 제시할 수 있었다.

3) 적용성이 좋은 베이지안 기법으로 염해 환경에 위치한 콘크리트 구조물의 내구적 사용수명을 예측함으로서 염해 환경에 있는 콘크리트 구조물의 유지 · 관리를 하기 위한 부식개시를 예측할 수 있다.

감사의 글

본 논문은 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 2005년도 건설핵심기술연구개발사업 05기반구축 D04-01 및 05 건설핵심 D11의 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

Bazant ZP, Kim JK, (1989) Segmental Box Girder-Deflection Probability and Bayesian Updating, *Journal of Structural Engineering,* 115(10), pp.2528~2547.